→ índices de desempenho p/ o sistema de 2ª ordem

(a) "OVERSHOOT" (sobre-sinal)

MÁXIMO

$$y(t) = K\left[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\, sen\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t + \cos^{-1}\zeta\right)\right]$$

$$\frac{d\,y(t)}{dt} = 0 \longrightarrow t = \frac{n\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

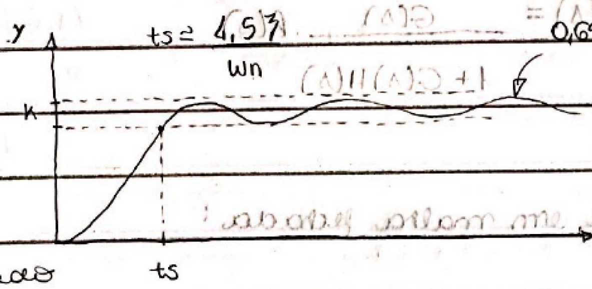
$$n = 1 \longrightarrow \boxed{t_{máx} = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}} \longrightarrow \boxed{y_{máx} = K\left[1 + exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\right]}$$

b) tempo de acomodação (settling time): tempo para que a saída fique limitada no intervalo de $0{,}95K \le t \le 1{,}05K$

i. $0 < \zeta < 0{,}69$

$$t_s \cong \frac{3{,}2}{\zeta\,\omega_n}$$

$$t_s \cong \frac{4{,}5\zeta}{\omega_n} \qquad 0{,}69 < \zeta < 1$$



exemplo gráfico passado

c) tempo de subida (rise time): tempo para que a saída passe de 10% para 90% do valor de regime.

$$t_r \cong \frac{0{,}8 + 2{,}5\zeta}{\omega_n} \quad \text{ou} \quad t_r \cong \frac{1 - 0{,}4167\zeta + 2{,}9167\zeta^2}{\omega_n}$$

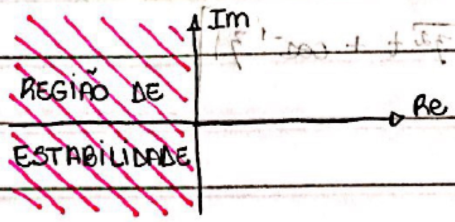
$$20 \log \frac{472}{104}$$

frequência de ganho.

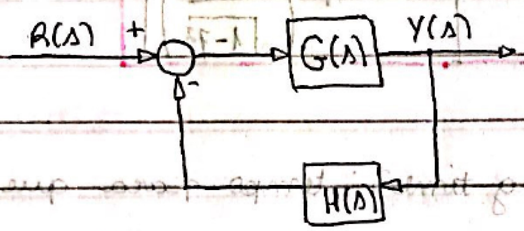
Aula 17: método de lugar de raízes

→ métodos de Análise da estabilidade relativa

- Estabilidade "Absoluta"



- Estabilidade Relativa



$Y(s) = G(s).\left(R(s) - Y(s).H(s)\right)$

$Y = GR - GYH$

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} . R(s)$$

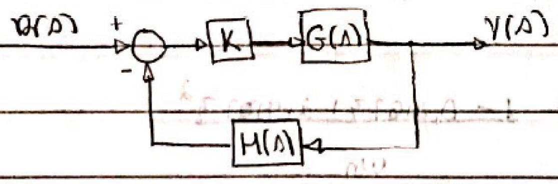
$Y + GYH = GR$

$$Y = \frac{GR}{1 + GH}$$

- Polos do sistema em malha fechada:

$$P = \{ s \in \mathbb{C} \mid 1 + G(s)H(s) = 0 \}$$

incluindo K:



$$Y(s) = \frac{KG(s)}{1 + G(s).K.H(s)} R(s)$$

$$P = \{ s \in \mathbb{C} \mid 1 + KG(s)H(s) = 0 \}$$

Scanned with CamScanner

- definição: o lugar de raízes de um sistema em malha fechada é o conjunto de polos obtido variando-se K entre $-\infty$ e $+\infty$.
- pergunta: Quais as condições para que um ponto s no plano complexo pertença ao lugar de raízes de um sistema?

→ K. G(s). H(s) pode ser dado na forma ZERO - POLO - GANHO:

$$KG(s)H(s) = K' \frac{(s+z_1)(s+z_2)\dots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_n)}$$

$$1 + KG(s)H(s) = 0 \rightarrow KG(s)H(s) = -1$$

a) condição de magnitude

$$|G(s)H(s)| = \frac{1}{|K|}$$

IMPORTANTE NA CONSTRUÇÃO DO LUGAR DE RAÍZ

b) condição de ângulo

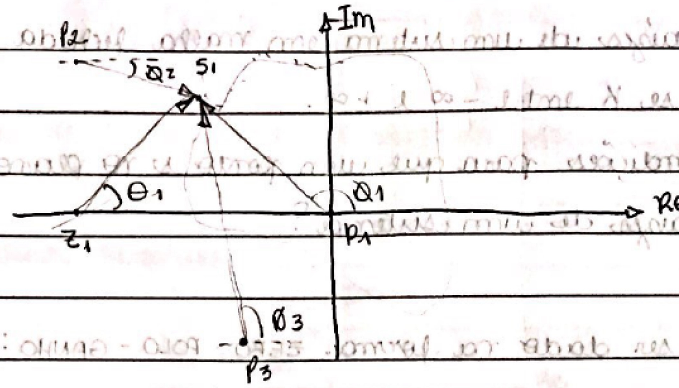
(i) $K \geq 0$, $\angle G(s)H(s) = (2r+1)\cdot\pi$, $r \in \mathbb{Z}$

(ii) $K < 0$, $\angle G(s)H(s) = 2r\pi$, $r \in \mathbb{Z}$

IMPORTANTE NA CONSTRUÇÃO DO LUGAR DE RAÍZ

exemplo:

$$G(s)H(s) = K \cdot \frac{(s+z_1)}{s(s+p_2)(s+p_3)}$$

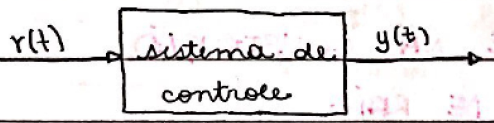


p/ $K \geq 0$

$$\theta_1 - \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 = (2r+1)\pi \; ; \; r \in \mathbb{Z}$$

Aula 18: Análise de resposta em frequência

→ Análise da resposta em frequência



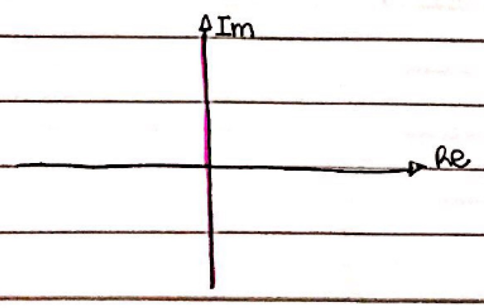
$$r(t) = R \operatorname{sen}(w_0 t)$$

$$y(t) = Y \operatorname{sen}(w_0 t + \phi)$$

• no domínio da frequência

$$Y(s) = H(s) . R(s)$$

• para sinais senoidais com frequência e amplitude constantes:



$$Y(j\omega) = H(j\omega) \cdot R(j\omega)$$

• pode-se então utilizar a representação na forma polar (rotação fasorial):

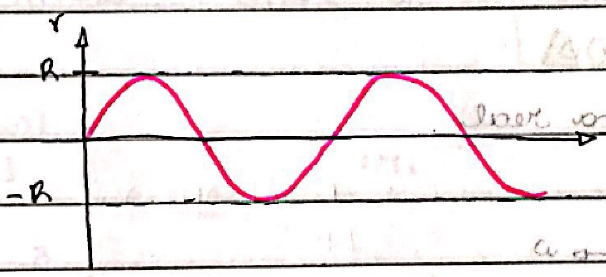
$$Y(j\omega) = |Y(j\omega)| \angle Y(j\omega)$$

com isso:

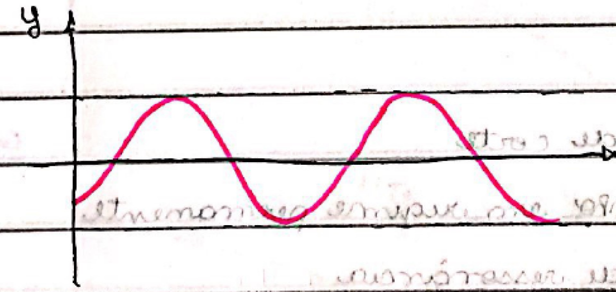
$$|Y(j\omega)| = |H(j\omega)| \cdot |R(j\omega)|$$

e

$$\angle Y(j\omega) = \angle H(j\omega) + \angle R(j\omega)$$

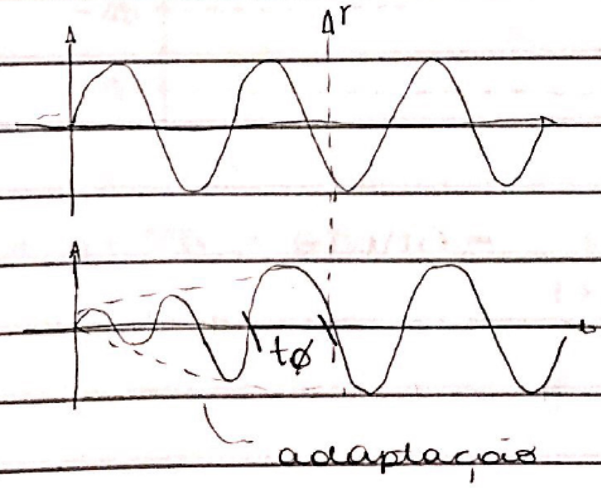


$r(t) = R \cdot sen(\omega_0 t)$



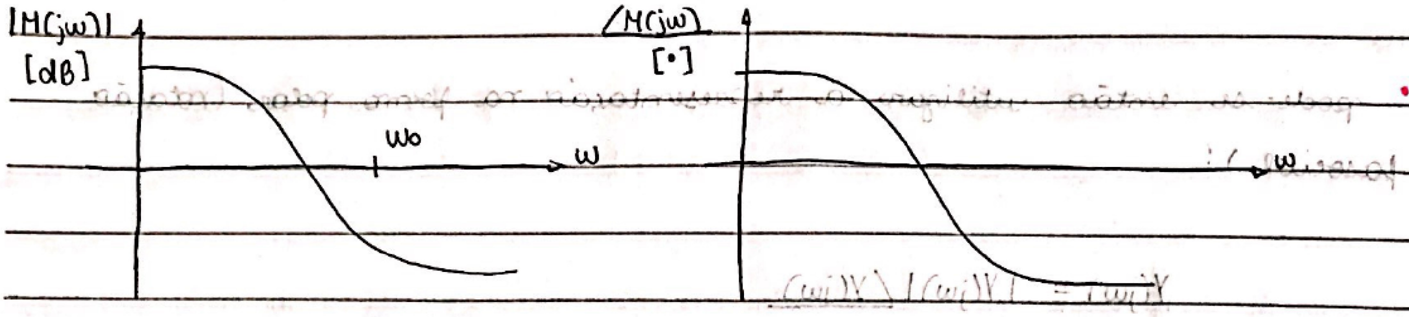
$y(t) = Y \cdot sen(\omega_0 t + \phi)$

$Y \angle \phi$



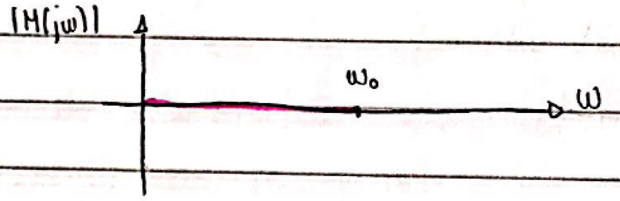
• regime permanente senoidal

- diagramas de Bode

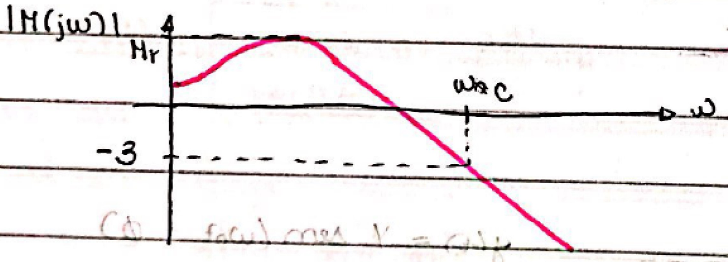


• especificações no domínio da frequência

→ características de um filtro passa baixas ideal



→ características de um sistema real



ω_c → freq. de corte

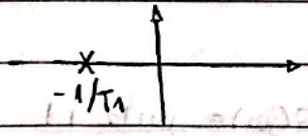
$|H(j\omega)|$ → ganho em regime permanente

H_r → pico de ressonância

Aula 19: resposta em frequência de sistemas de 1ª ordem

→ Resposta em frequência de sistemas de 1ª ordem

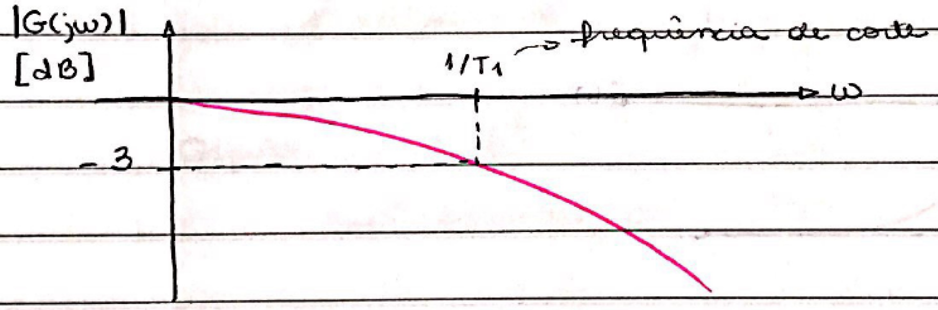
$G(s) = \dfrac{1}{T_1 s + 1}$ → polo em $s = -1/T_1$

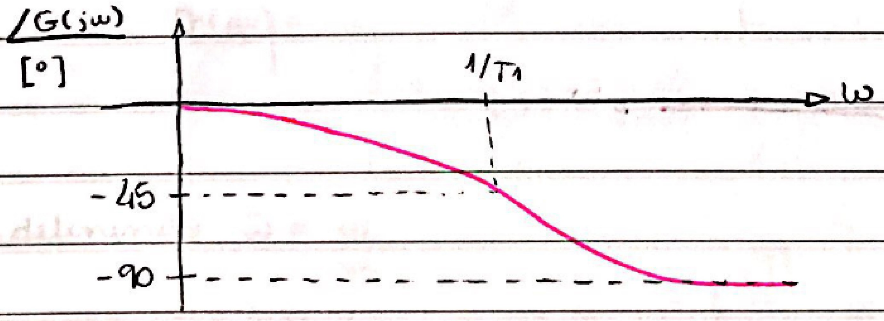


$G(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega T_1 + 1}$

p/ $\omega = 0$ → $G(j0) = 1$ → $\begin{cases} |G(j0)| = 0dB \\ \angle G(j0) = 0° \end{cases}$

p/ $\omega \to \infty$ → $G(j\infty) \to 0$ → $\begin{cases} |G(j\omega)| \Rightarrow -\infty \\ \angle G(j\omega) \to -90° \end{cases}$





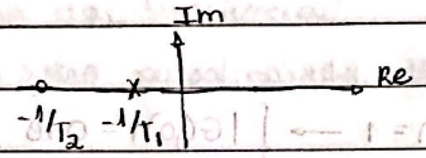
p/ $\omega = 1/T_1$ = $G(j1/T_1) = \dfrac{1}{1+j}$ → $\begin{cases} |G(j/T_1)| = -3dB \\ \angle G(j/T_1) = -45° \end{cases}$

• efeito da adição de um zero a um sistema de 1ª ordem

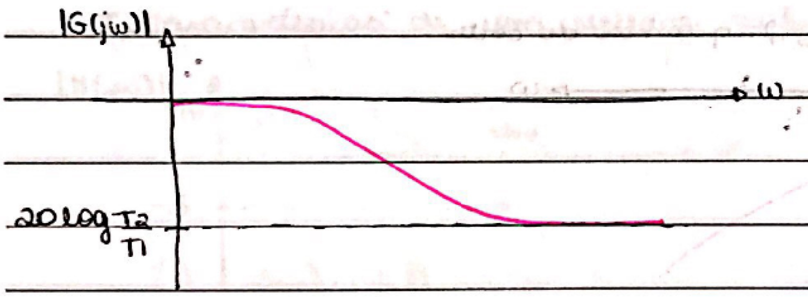
$$G(s) = \frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1} \rightarrow \begin{cases} \text{polo em } s = -1/T_1 \\ \text{zero em } s = -1/T_2 \end{cases}$$

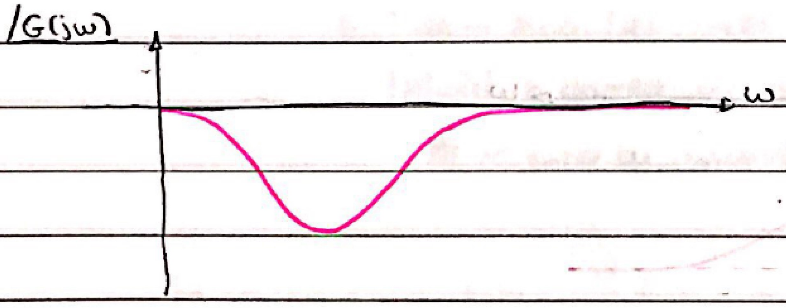
$$G(j\omega) = \frac{j\omega T_2 + 1}{j\omega T_1 + 1}$$

→ 1° caso: $T_1 > T_2$

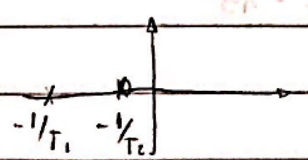


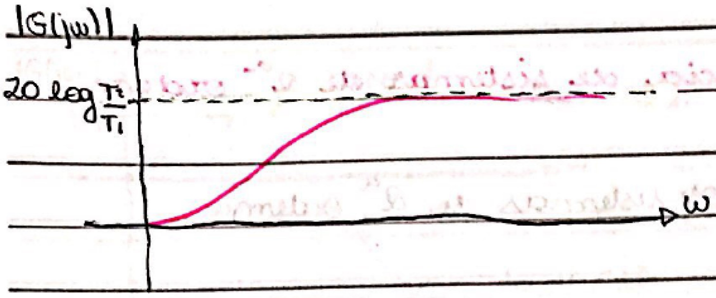
$$p/\ \omega \rightarrow \infty \rightarrow G(j\omega) \rightarrow \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \begin{cases} |G(j\omega)| \rightarrow 20 \log T_2/T_1 \\ \underline{/G(j\omega)} \rightarrow 0° \end{cases}$$

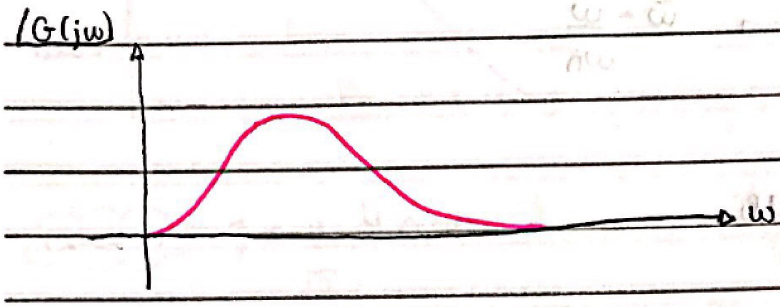




→ 2° caso: $T_2 > T_1$ (compensador de avanço de fase)







→ Resposta em frequência em sistemas de 2ª ordem

$$G(s) = \frac{\omega n^2}{s^2 + 2\zeta \omega n s + \omega n^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{\omega n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta \omega n (j\omega) + \omega n^2} \cdot \frac{1/\omega n^2}{1/\omega n^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j2\left(\frac{\omega}{\omega n}\right)\zeta - \left(\frac{\omega}{\omega n}\right)^2}$$

definindo $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$:

$$G(j\bar{\omega}) = \frac{1}{1 + j2\bar{\omega}\zeta - \bar{\omega}^2}$$

$$|G(j\bar{\omega})| = \frac{1}{[(1-\bar{\omega}^2)^2 + (2\bar{\omega}\zeta)^2]^{1/2}} \qquad \angle G(j\bar{\omega}) = -tg^{-1} \frac{2\bar{\omega}\zeta}{1-\bar{\omega}^2}$$

Scanned with CamScanner

Aula 20: resposta em frequência de sistemas de 2ª ordem

→ resposta em frequência: os sistemas de 2ª ordem

$$G(j\bar{\omega}) = \frac{1}{1 + j2\bar{\omega}\zeta - \bar{\omega}^2}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$$

p/ $\bar{\omega} = 0$ → $\begin{cases} |G(j\bar{\omega})| = 0\,dB \\ \angle G(j\bar{\omega}) = 0° \end{cases}$

p/ $\bar{\omega} \to \infty$ → $\begin{cases} |G(j\bar{\omega})| = -\infty\,dB \\ \angle G(j\bar{\omega}) = -180° \end{cases}$

• pico de ressonância

$\frac{d}{d\bar{\omega}} |G(j\bar{\omega})|$ onde $|G(j\bar{\omega})| = \frac{1}{[(1-\bar{\omega}^2)^2 + (2\bar{\omega}\zeta)^2]^{1/2}}$

$$\frac{d}{d\bar{\omega}} |G(j\bar{\omega})| = -\frac{1}{2} [(1-\bar{\omega}^2)^2 + (2\bar{\omega}\zeta)^2]^{-3/2} \cdot (4\bar{\omega}^3 - 4\bar{\omega} + 8\bar{\omega}\zeta^2) = 0$$

portanto:

$$4\bar{\omega}^3 - 4\bar{\omega} + 8\bar{\omega}\zeta^2 = 4\bar{\omega}(\bar{\omega}^2 - 1 + 2\zeta^2) = 0$$

$\bar{\omega}^2 - 1 + 2\zeta^2 = 0$ → $\bar{\omega}_r = \sqrt{1-2\zeta^2}$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$$